

HÅNDBOG



MATEMATIK C

2. UDGAVE

Indhold

Indhold	1
1 Procentregning	3
1.1 Delingsprocent	3
1.2 Vækstprocent	4
1.3 Renteformlen	6
1.4 Omregning af rente	7
1.5 Indekstal	8
2 Geometri	11
2.1 Arealet af en trekant	11
2.2 Ensvinklede trekanter	11
2.3 Retvinklede trekanter	11
3 Proportionalitet	12
3.1 Ligeform proportionalitet	12
3.2 Omvendt proportionalitet	12
4 Lineære funktioner	13
4.1 At beregne forskriften for en lineær funktion	14
5 Eksponentielle funktioner	15
5.1 At beregne forskriften for en eksponentiel funktion	16
5.2 At løse en eksponentiel ligning	17
5.3 At bestemme fordoblings-/halveringskonstant	18
5.4 At bestemme procentvis ændring	18
6 Potenssammenhænge	19
6.1 At beregne forskriften for en potenssammenhæng	20
6.2 At løse en potensiel ligning	21
6.3 At bestemme procentvis ændring	22
7 Statistik	23
7.1 Ikke-grupperede observationer	23
7.2 Grupperede observationer	24

Indhold

1 Procentregning

1.1 Delingsprocent

DEL udgør PROCENT af HELHED.

Det betyder, at

$$\frac{\text{DEL}}{\text{HELHED}} = \text{PROCENT}$$

Hvis to af de tre størrelser er kendt, kan man finde den tredje ved at isolere den ubekendte. Eksempler:

Eks. 1 En ost på 628 g. indeholder 18% fedt. Hvor mange gram fedt indeholder den?

$$\frac{\text{DEL}}{628} = \frac{18}{100} \Leftrightarrow \text{DEL} = 628 \cdot 0,18 = 113,04$$

Eks. 2 En dram på 75 cl indeholder 27 cl sprit. Hvor mange procent?

$$\frac{27}{75} = \text{PROCENT} \Leftrightarrow \text{PROCENT} = 0,36 \cdot 100\% = 36\%$$

Eks. 3 Af saltvand, som indeholder 3,6% salt, skal udvindes 2 kg salt. Hvor mange kg saltvand skal der bruges?

$$\frac{2}{\text{HELHED}} = \frac{3,6}{100} \Leftrightarrow \text{HELHED} = \frac{2}{0,036} = 55,6$$

1.2 Vækstprocent

$$S = B \cdot (1 + r)$$

Hvor S er slutværdi, B er begyndelsesværdi, r er den procentvise ændring og $(1 + r)$ er fremskrivningsfaktoren ($(1 - r)$ hvis der er tale om fald).

Der indgår 3 størrelser, 3 bogstaver, i sammenhængen, og hvis vi kender 2 af dem skulle det være muligt at finde den tredje. Det giver 3 forskellige varianter af opgaver:

S er ukendt: Benzin koster 10 kr. literen. Den stiger med 10%. Hvor meget koster den så?

$$S = 10 \cdot (1 + 0,10) = 11$$

Benzin koster 10 kr. literen. Den falder med 10%. Hvor meget koster den så?

$$S = 10 \cdot (1 - 0,10) = 9$$

B er ukendt: Prisen på en stol stiger med 15%. Den koster nu 2875 kr. Hvor meget kostede den før stigningen?

$$2875 = B \cdot (1 + 0,15) \quad \Leftrightarrow \quad B = \frac{2875}{(1 + 0,15)} = 2500$$

Prisen på en stol falder med 15%. Den koster nu 2875 kr. Hvor meget kostede den før prisfaldet?

$$2875 = B \cdot (1 - 0,15) \quad \Leftrightarrow \quad B = \frac{2875}{(1 - 0,15)} = 3382,35$$

r er ukendt: Prisen på et bord stiger fra 5000 kr til 6000 kr. Hvor mange % stiger det?

$$6000 = 5000 \cdot (1 + r) \quad \Leftrightarrow \quad 1 + r = \frac{6000}{5000} = 1,20 \quad \Leftrightarrow$$

$$r = (1,20 - 1) \cdot 100\% = 20\%$$

Prisen på et bord falder fra 6000 kr til 5000 kr. Hvor mange % falder det?

$$5000 = 6000 \cdot (1 + r) \quad \Leftrightarrow \quad 1 + r = \frac{5000}{6000} = 0,833 \quad \Leftrightarrow$$

$$r = (0,833 - 1) \cdot 100\% = -16,7\%$$

Gennemsnitlig procentvis ændring:

Hvis en procentvis stigning er sket over flere år, bliver der ofte spurgt efter den gennemsnitlige årlige procentvise stigning. Så er vi ovre i **renteformlen** (se næste side). Et eksempel:

Antallet af industrirobotter steg på 9 år fra 62 til 552. Hvor mange procent steg antallet i gennemsnit pr. år?

$$552 = 62 \cdot (1 + r)^9 \Leftrightarrow (1 + r)^9 = \frac{552}{62} \Leftrightarrow$$

$$1 + r = \sqrt[9]{\frac{552}{62}} \Leftrightarrow 1 + r = 1,275 \Leftrightarrow$$

$$r = (1,275 - 1) \cdot 100\% = 27,5\%$$

1.3 Renteformlen

$$K = K_0 \cdot (1 + r)^n$$

hvor K er slutkapitalen, K_0 er begyndelsekapitalen, r er renten og n er antal terminer.

Der indgår 4 størrelser, 4 bogstaver, i sammenhængen, og hvis vi kender 3 af dem skulle det være muligt at finde den fjerde. Det giver 4 forskellige varianter af opgaver:

K er ukendt: Der indsættes 2600 kr. på en konto, der giver 6% p.a. Hvor meget står der på kontoen efter 8 år?

$$K = 2600 \cdot (1 + 0,06)^8 = 2600 \cdot 1,06^8 = 4144,00$$

K_0 er ukendt: Jeg vil gerne om 10 år have 30 000 til rådighed. Jeg regner med at renten holder sig på 6% i de 10 år. Hvor meget skal jeg sætte ind på kontoen?

$$30\,000 = K_0 \cdot (1 + 0,06)^{10} = K_0 \cdot 1,06^{10} \Leftrightarrow$$

$$K_0 = \frac{30\,000}{1,06^{10}} = 16\,751,84$$

r er ukendt: Beløbet på min konto er i løbet af 10 år vokset fra 2500 kr. til 3882,42 kr. Hvor meget har renten været?

$$3882,42 = 2500 \cdot (1 + r)^{10} \Leftrightarrow \frac{3882,42}{2500} = (1 + r)^{10} \Leftrightarrow$$

$$1 + r = \sqrt[10]{\frac{3882,42}{2500}} = 1,045 \Leftrightarrow r = 0,045 = 4,5\%$$

n er ukendt: Jeg vil sætte 5000 kr. ind på en konto, som giver 6% p.a. i rente. Hvor længe skal jeg vente før der står 10 000 på kontoen?

$$10\,000 = 5000 \cdot (1 + 0,06)^n \Leftrightarrow \frac{10\,000}{5000} = 1,06^n \Leftrightarrow$$

$$1,06^n = 2$$

Denne ligning kan ikke løses med plus, minus, gange, dividere, potens eller rødder. Det kræver et ekstra redskab, nemlig log. Formlen for løsningen:

$$a^n = c \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{\log(c)}{\log(a)}$$

så i den aktuelle ligning får vi:

$$1,06^n = 2 \quad \Leftrightarrow \quad n = \frac{\log(2)}{\log(1,06)} = 11,90$$

1.4 Omregning af rente

Rente: R				
Rente: r				

Det korte tidsrum er indeholdt n gange i det lange.

1. Omregning fra det korte til det lange tidsrum:

$$1 + R = (1 + r)^n \Leftrightarrow R = ((1 + r)^n - 1) \cdot 100\%$$

Eksempel 1:

Stigning på 2% pr. år. Hvor meget på 5 år?

$$1 + R = (1 + 0,02)^5 = 1,02^5 \Leftrightarrow 1 + R = 1,10408 \Leftrightarrow \\ R = (1,10408 - 1) \cdot 100\% = 10,41\%$$

dvs. en stigning på 10,41% på 5 år.

Eksempel 2:

Fald på 3% pr. år. Hvor meget på 5 år?

$$1 + R = (1 - 0,03)^5 = 0,97^5 \Leftrightarrow 1 + R = 0,8587 \Leftrightarrow \\ R = (0,8587 - 1) \cdot 100\% = -14,13\%$$

dvs. et fald på 14,13% på 5 år.

2. Omregning fra det lange til det korte tidsrum:

$$1 + r = \sqrt[n]{1 + R} \Leftrightarrow r = (\sqrt[n]{1 + R} - 1) \cdot 100\%$$

Eksempel 1:

Stigning på 18% på 7 år. Hvor meget pr. år?

$$1 + r = \sqrt[7]{1 + 0,18} = \sqrt[7]{1,18} = 1,0239 \Leftrightarrow \\ r = (1,0239 - 1) \cdot 100\% = 2,39\%$$

dvs. en stigning på 2,39% pr. år.

Eksempel 2:

Fald på 25% på 7 år. Hvor meget pr. år?

$$1 + r = \sqrt[7]{1 - 0,25} = \sqrt[7]{0,75} = 0,9597 \Leftrightarrow \\ r = (0,9597 - 1) \cdot 100\% = -4,03\%$$

dvs. et fald på 4,03% pr.år.

1.5 Indekstal

Fra tabel til indekstal:

År	1950	1960	1970	1980	1985	1989
Antal Landbrug	205 835	196 076	148 512	119 155	92 352	81 267

Basisåret sættes til 1950. Beregningen af indekstallene ser så sådan ud:

År	1950	1960	1970	1980
Antal Landbrug	205 835	196 076	148 512	119 155
Beregning	$\frac{205\,835}{205\,835} \cdot 100$	$\frac{196\,076}{205\,835} \cdot 100$	$\frac{148\,512}{205\,835} \cdot 100$	$\frac{119\,155}{205\,835} \cdot 100$

År	1985	1989
Antal Landbrug	92 352	81 267
Beregning	$\frac{92\,352}{205\,835} \cdot 100$	$\frac{81\,267}{205\,835} \cdot 100$

og vi får så følgende indekstabel:

År	1950	1960	1970	1980	1985	1989
Indekstal	100	95	72	58	45	39

At ændre basisår

I denne tabel er 1950 basisåret:

År	1950	1960	1970	1980	1985	1989
Indekstal	100	95	72	58	45	39

Vi vil ændre basisåret til 1970. Beregningen ser sådan ud:

År	1950	1960	1970	1980	1985	1989
Indekstal	100	95	72	58	45	39
Beregning	$\frac{100}{72} \cdot 100$	$\frac{95}{72} \cdot 100$	100	$\frac{58}{72} \cdot 100$	$\frac{45}{72} \cdot 100$	$\frac{39}{72} \cdot 100$

og vi får så denne indekstabel med 1970 som basisår:

År	1950	1960	1970	1980	1985	1989
Indekstal	139	132	100	81	62	54

Fra indekstal til værdi

Vi forestiller os, at vi har indekstabelen for antallet af landbrug samt antallet af landbrug i 1970:

År	1950	1960	1970	1980	1985	1989
Indekststal	100	95	72	58	45	39
Antal landbrug	148 512					

Hvor mange landbrug var der i 1985?

Beregningen ser sådan ud:

$$F(\text{Fremskrivningsfaktor}) = \frac{\text{Indeks 1985}}{\text{Indeks 1970}} = \frac{45}{72} = 0,625$$

$$\text{Antal i 1985} = (\text{Antal i 1970}) \cdot F = 148\,512 \cdot 0,625 = 92\,820$$

(Fremadregning: Gange med fremskrivningsfaktor)

Hvor mange landbrug var der i 1960?

$$F(\text{Fremskrivningsfaktor}) = \frac{\text{Indeks 1970}}{\text{Indeks 1960}} = \frac{72}{95} = 0,7579$$

$$\text{Antal i 1960} = \frac{(\text{Antal i 1970})}{F} = \frac{148\,512}{0,7579} = 195\,952$$

(Tilbageregning: Dividere med fremskrivningsfaktor)

Procentvis ændring

Her er indekstabelen for antal landbrug igen:

År	1950	1960	1970	1980	1985	1989
Indekststal	100	95	72	58	45	39

Hvor mange procent er antallet faldet fra 1970 til 1989?

:

Beregningen ser sådan ud:

$$1 + r = \frac{39}{72} = 0,542 \quad \Leftrightarrow \quad r = (0,542 - 1) \cdot 100\% = -45,8\%$$

Hvor meget er den gennemsnitlige procentvise ændring pr. år fra 1970 til 1989?

:

Beregningsen ser sådan ud:

$$1 + r = \sqrt[19]{\frac{39}{72}} = 0,968 \quad \Leftrightarrow \quad r = (0,968 - 1) \cdot 100\% = -3,2\%$$

2 Geometri

2.1 Arealet af en trekant

Formlen for arealet af en trekant:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \text{højde} \cdot \text{grundlinje} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot g$$

2.2 Ensvinklede trekanter

Er to trekanter ensvinklede gælder samme skalafaktor for siderne:

$$a = k \cdot a'$$

$$b = k \cdot b'$$

$$c = k \cdot c'$$

Skalafaktoren kan findes ved at sammenligne to ensliggende sider:

$$k = \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

2.3 Retvinklede trekanter

Vi har fire ligninger til beregning af sider og vinkler i en retvinklet trekant:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\sin(\text{vinkel}) = \frac{\text{modstående}}{\text{hypotenuse}}$$

$$\cos(\text{vinkel}) = \frac{\text{hosliggende}}{\text{hypotenuse}}$$

$$\tan(\text{vinkel}) = \frac{\text{modstående}}{\text{hosliggende}}$$

3 Proportionalitet

3.1 Ligefrem proportionalitet

To størrelser, x og y er **ligefremt proportionale**, når den ene værdi fremkommer ved at man ganger den anden med en konstant faktor, altså $y = k \cdot x$, hvor k er en konstant, **proportionalitetsfaktoren**.

Eksempel:

x og y er ligefremt proportionale:

x	2	3	4	10
y	9			

Faktoren findes:

$$9 = k \cdot 2 \quad \Leftrightarrow \quad k = \frac{9}{2} = 4,5$$

og den anvendes på de øvrige x -værdier:

$$4,5 \cdot 3 = 13,5 \quad 4,5 \cdot 4 = 18 \quad 4,5 \cdot 10 = 45$$

3.2 Omvendt proportionalitet

To størrelser, x og y er **omvendt proportionale**, når

$$y = k \cdot \frac{1}{x} \quad \Leftrightarrow \quad y \cdot x = k$$

hvor k er en konstant, **proportionalitetsfaktoren**.

Eksempel:

x og y er omvendt proportionale:

x	2	3	4	10
y	9			

Faktoren findes:

$$9 \cdot 2 = k \quad \Leftrightarrow \quad k = 18$$

Derefter kan de øvrige y -værdier beregnes:

$$18 \cdot \frac{1}{3} = 6 \quad 18 \cdot \frac{1}{4} = 4,5 \quad 18 \cdot \frac{1}{10} = 1,8$$

4 Lineære funktioner

1. Grafen er en ret linje i et almindeligt koordinatsystem.
2. y -værdien vokser med en konstant værdi, når x -værdien forøges med 1.
3. Regneforskriften er

$$y = a \cdot x + b$$

- a er hældningskoefficienten (stigningstallet), dvs. den værdi y går op eller ned når man går én ud ad x -aksen.

Hvis punkterne (x_1, y_1) og (x_2, y_2) ligger på den rette linje beregnes a ved hjælp af formlen:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- b er linjens skæringspunkt med y -aksen
4. Hvis $a > 0$: funktionen er voksende.
Hvis $a < 0$: funktionen er aftagende.

4.1 At beregne forskriften for en lineær funktion

Forskriften for en lineær funktion har formen:

$$y = a \cdot x + b$$

og formelen for a når vi kender to punkter (x_1, y_1) og x_2, y_2):

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Punkterne

$$\overbrace{(-3, -2)}^{\text{Punkt 1}} \quad \text{og} \quad \overbrace{(5, 2)}^{\text{Punkt 2}}$$

ligger på grafen for en lineær funktion.

Så kan vi finde a :

$$a = \frac{2 - (-2)}{5 - (-3)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Så ved jeg foreløbig, at forskriften hedder

$$y = \frac{1}{2} \cdot x + b$$

Jeg vælger ét af de to givne punkter – ligemeget hvilket – f.eks. punkt 2, og sætter y -værdien ind i stedet for y i forskriften og x -værdien i stedet for x :

$$2 = \frac{1}{2} \cdot 5 + b$$

Af denne ligning kan jeg så finde b :

$$2 = \frac{1}{2} \cdot 5 + b \quad \Leftrightarrow \quad b = 2 - \frac{1}{2} \cdot 5 = -\frac{1}{2}$$

og så har jeg hele forskriften:

$$y = \frac{1}{2} \cdot x - \frac{1}{2}$$

5 Eksponentielle funktioner

1. Grafen er en ret linje i et enkeltlogaritmisk koordinatsystem.
2. y -værdien vokser med en konstant procent, når x -værdien forøges med 1.
3. Regneforskriften er

$$y = b \cdot a^x$$

- a er fremskrivningsfaktoren, dvs. den værdi y skal ganges med når man går én ud ad x -aksen.

Hvis punkterne (x_1, y_1) og (x_2, y_2) ligger på den eksponentielle funktion beregnes a ved hjælp af formlen:

$$a = x_2 - x_1 \sqrt{\frac{y_2}{y_1}}$$

- b er grafens skæringspunkt med y -aksen
4. Hvis $a > 1$: funktionen er voksende.
Hvis $0 < a < 1$: funktionen er aftagende.

5.1 At beregne forskriften for en eksponentiel funktion

Forskriften for en eksponentiel funktion har formen:

$$y = b \cdot a^x$$

og formelen for a når vi kender to punkter (x_1, y_1) og (x_2, y_2) :

$$a = \sqrt[x_2 - x_1]{\frac{y_2}{y_1}}$$

Punkterne

$$\overbrace{(-2, 2)}^{\text{Punkt 1}} \quad \text{og} \quad \overbrace{(3, 7)}^{\text{Punkt 2}}$$

ligger på grafen for en eksponentiel funktion.

Så kan vi finde a :

$$a = \sqrt[3 - (-2)]{\frac{7}{2}} = 1,2847$$

Så ved jeg foreløbig, at forskriften hedder

$$y = b \cdot 1,2847^x$$

Jeg vælger ét af de to givne punkter – ligemeget hvilket – f.eks. punkt 2, og sætter y -værdien ind i stedet for y i forskriften og x -værdien i stedet for x :

$$7 = b \cdot 1,2847^3$$

Af denne ligning kan jeg så finde b :

$$7 = b \cdot 1,2847^3 \quad \Leftrightarrow \quad b = \frac{7}{1,2847^3} = 3,30$$

og så har jeg hele forskriften:

$$y = 3,30 \cdot 1,2847^x$$

5.2 At løse en eksponentiel ligning

Hvis du har en eksponentiel sammenhæng, og skal finde den x -værdi, der giver y -værdien 10 (f.eks.), så har du to muligheder:

1. Hvis du har grafen er det nemmeste at aflæse: start på y -aksen med y -værdien 10, gå vandret ud til du rammer grafen og så lodret ned på x -aksen, hvor du aflæser løsningen.
2. Hvis du har forskriften, kan du beregne løsningen: Lad os sige, at forskriften er

$$y = 3,30 \cdot 1,2847^x$$

så fører det til en *eksponentiel* ligning

$$10 = 3,30 \cdot 1,2847^x$$

eller

$$3,30 \cdot 1,2847^x = 10$$

som kan løses:

$$3,30 \cdot 1,2847^x = 10 \quad \Leftrightarrow \quad 1,2847^x = \frac{10}{3,30} \quad \Leftrightarrow$$

$$\log 1,2847^x = \log \left(\frac{10}{3,30} \right) \quad \Leftrightarrow \quad x \cdot \log 1,2847 = \log \left(\frac{10}{3,30} \right) \quad \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{\log \left(\frac{10}{3,30} \right)}{\log 1,2847} = 4,43$$

Generelt er formelen

$$b \cdot a^x = c \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{\log\left(\frac{c}{b}\right)}{\log(a)}$$

5.3 At bestemme fordoblings-/halveringskonstant

Der er to muligheder:

1. Aflæsning på en graf:

- Fordoblingskonstant:

Start på y -aksen med et tal c (lige meget hvilket), gå vandret ud til du rammer grafen og så lodret ned på x -aksen. Aflæs tallet x_1 . Start så igen på y -aksen med tallet $2 \cdot c$ (altså det dobbelte af det første tal) og aflæs det tilsvarende tal x_2 på x -aksen. Fordoblingskonstanten T_2 beregnes da som

$$T_2 = x_2 - x_1$$

- Halveringskonstant:

Aflæses som fordoblingskonstanten, blot skal du i anden omgang ikke starte på y -aksen med tallet $2 \cdot c$, men med $\frac{1}{2} \cdot c$.

2. Hvis du har regneforskriften, $y = b \cdot a^x$, kan du også beregne:

- Fordoblingskonstant

$$T_2 = \frac{\log(2)}{\log(a)}$$

- Halveringskonstant

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\log(\frac{1}{2})}{\log(a)}$$

5.4 At bestemme procentvis ændring

I forskriften $y = b \cdot a^x$, er det udelukkende fremskrivningsfaktoren a , der siger noget om sammenhængens vækst, og det er derfor a alene, der skal bruges til at bestemme y -værdiens procentvise stigning:

Hvis x -tilvæksten er n , er y -værdiens procentvise stigning:

$$(a^n - 1) \cdot 100\%$$

6 Potensssammenhænge

1. Grafen er en ret linje i et dobbeltlogaritmisk koordinatsystem.
2. y -værdien vokser med en konstant procent, når x -værdien forøges med en konstant procent.

3. Regneforskriften er

$$y = b \cdot x^a$$

4. Hvis punkterne (x_1, y_1) og (x_2, y_2) ligger på den potentielle funktion beregnes a ved hjælp af formlen:

$$a = \frac{\log(y_2) - \log(y_1)}{\log(x_2) - \log(x_1)}$$

5. b er grafens skæringspunkt med linjen $x = 1$.
6. Hvis $a > 0$: funktionen er voksende.
Hvis $a < 0$: funktionen er aftagende.

6.1 At beregne forskriften for en potensssammenhæng

Forskriften for en potensssammenhæng har formen:

$$y = b \cdot x^a$$

og formelen for a når vi kender to punkter (x_1, y_1) og (x_2, y_2) :

$$a = \frac{\log(y_2) - \log(y_1)}{\log(x_2) - \log(x_1)}$$

Punkterne

$$\overbrace{(2, 5)}^{\text{Punkt 1}} \quad \text{og} \quad \overbrace{(8, 17)}^{\text{Punkt 2}}$$

ligger på grafen for en potensssammenhæng.

Så kan vi finde a :

$$a = \frac{\log(17) - \log(5)}{\log(8) - \log(2)} = 0,8828$$

Så ved jeg foreløbig, at forskriften hedder

$$y = b \cdot x^{0,8828}$$

Jeg vælger ét af de to givne punkter – ligemeget hvilket – f.eks. punkt 2, og sætter y -værdien ind i stedet for y i forskriften og x -værdien i stedet for x :

$$17 = b \cdot 8^{0,8828}$$

Af denne ligning kan jeg så finde b :

$$17 = b \cdot 8^{0,8828} \quad \Leftrightarrow \quad b = \frac{17}{8^{0,8828}} = 2,71$$

og så har jeg hele forskriften:

$$y = 2,71 \cdot x^{0,8828}$$

6.2 At løse en potentiel ligning

Hvis du har en potenssammenhæng, og skal finde den x -værdi, der giver y -værdien 10 (f.eks.), så har du to muligheder:

1. Hvis du har grafen er det nemmeste at aflæse: start på y -aksen med y -værdien 10, gå vandret ud til du rammer grafen og så lodret ned på x -aksen, hvor du aflæser løsningen.
2. Hvis du har forskriften, kan du beregne løsningen: Lad os sige, at forskriften er

$$y = 2,71 \cdot x^{0,8828}$$

så fører det til en *potentiel* ligning

$$10 = 2,71 \cdot x^{0,8828}$$

eller

$$2,71 \cdot x^{0,8828} = 10$$

som kan løses:

$$2,71 \cdot x^{0,8828} = 10 \quad \Leftrightarrow \quad x^{0,8828} = \frac{10}{2,71} \quad \Leftrightarrow$$

$$x = 0,8828 \sqrt[0,8828]{\frac{10}{2,71}} = 4,388$$

OBS! OBS!

Hvis potensen er negativ, f.eks. hvis du skal løse ligningen

$$x^{-2} = 0,25 \quad \Leftrightarrow \quad x = (-2)\sqrt[0,25]{0,25} = 2$$

så er **parenteser omkring (-2) absolut nødvendige** for lommeregneren!

6.3 At bestemme procentvis ændring

Ved en potensssammenhæng svarer der til en bestemt procentvis forøgelse af x -værdien også en bestemt (men ikke den samme) procentvis forøgelse af y -værdien.

Lad en potensssammenhæng have forskriften $y = b \cdot x^a$, og lad r_x være en procentvis forøgelse af x -værdien. Så kan vi finde den dertil hørende procentvis forøgelse af y -værdien, r_y , på denne måde:

$$1 + r_y = (1 + r_x)^a \quad \Leftrightarrow$$

$$r_y = ((1 + r_x)^a - 1) \cdot 100\%$$

Og omvendt: Hvis jeg kender den procentvis forøgelse af y -værdien, r_y , kan jeg finde den procentvis forøgelse af x -værdien:

$$1 + r_y = (1 + r_x)^a \quad \Leftrightarrow$$

$$r_x = \left(\sqrt[a]{1 + r_y} - 1 \right) \cdot 100\%$$

Lad os sige, at forskriften er

$$y = 2,71 \cdot x^{0,8828}$$

Hvis x vokser med 25%, hvor meget vokser y så med?

$$1 + r_y = (1 + 0,25)^{0,8828} \quad \Leftrightarrow$$

$$r_y = \left((1 + 0,25)^{0,8828} - 1 \right) \cdot 100\% = 21,77\%$$

Hvis y vokser med 25%, hvor meget vokser x så med?

$$1 + 0,25 = (1 + r_x)^{0,8828} \quad \Leftrightarrow$$

$$r_x = \left(\sqrt[0,8828]{1 + 0,25} - 1 \right) \cdot 100\% = 28,76\%$$

7 Statistik

7.1 Ikke-grupperede observationer

Hvis de ugrupperede observationer er tallene $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, så er medianen er den observation, der deler materialet i to lige store dele, så det er 5. Første kvartil er den observation der deler observationerne til venstre for 5 i to lige store dele, altså er det 2,5. På samme måde er tredje kvartil den observation der deler materialet til højre i to lige store dele, altså er det 7,5.

Hvis de ugrupperede observationer er tallene $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, så er medianen den observation, der deler materialet i to lige store dele, så det er 4,5. Første kvartil er den observation der deler observationerne til venstre for 4,5 i to lige store dele, altså er det 2,5. På samme måde er tredje kvartil den observation der deler materialet til højre i to lige store dele, altså er det 6,5.

ELLER

Hvis vi har en karakterfordeling:

Karakter	00	03	5	6	7	8	9	10	11	13
Frekvens (%)	4,3	13,1	17,5	9,7	8,7	11,3	12,0	14,3	8,7	0,3
Kum. frekvens	4,3	17,4	34,9	44,6	53,3	64,6	76,6	90,9	99,6	99,9

så er medianen den mindste observation med en kumuleret frekvens større end eller lig med 50%, altså 7. 1. kvartil er den mindste observation med en kumuleret frekvens større end eller lig med 25%, altså 5, osv.

7.2 Grupperede observationer

Observations-interval	Hyppighed	Frekvens	Kumuleret frekvens
...	...	...	...
...	...	...	...
	Antal		

- **Frekvens** beregnes som $\frac{\text{Hyppighed}}{\text{Antal}}$
- **Kumuleret frekvens** findes ved at lægge frekvenserne sammen efterhånden
- **Histogram** tegnes ud fra **hyppigheder** eller **frekvenser**
- **Sumkurve** tegnes ud fra de **kumulerede frekvenser**
 - Intervallernes **højre endepunkt** er x -værdien
 - **OBS! x -aksen er en helt almindelig tallinje med tal, ikke intervaller!**
 - **OBS! Aldersfordelinger:** Selv om aldersgrupperne hedder 15 – 19, 20 – 24, 25 – 29, osv. så er højreendpunkterne 20, 25, 30, osv. for man er 19 lige til man bliver 20, osv.
- **Kvartilsættet:**
 - 1. kvartil = Nedre kvartil = 25%-fraktilen
 - Median = 50%-fraktilen
 - 3. kvartil = Øvre kvartil = 75%-fraktilen
 - **OBS! kvartilerne er tal, aflæst på x -aksen, ikke intervaller!**
- **Middeltal** beregnes som

Middeltal = midt af interval · frekvens + · + midt af interval · frekvens

eller

$$\text{Middeltal} = \frac{\text{midt af interval} \cdot \text{hyp} + \dots + \text{midt af interval} \cdot \text{hyp}}{\text{Antal}}$$